

doi:10.11959/j.issn.2096-3750.2017.00020

基于滑模观测器的无人机编队故障诊断

施俊鹏, 刘剑慰, 杨蒲, 姜斌

(南京航空航天大学自动化学院, 江苏 南京 211106)

摘要: 针对有向图网络拓扑描述下的长僚机结构的无人机编队系统进行研究, 在发生有上界未知的执行器故障的情况下, 设计并验证了基于分布式自适应滑模观测器的故障估计方法。首先, 对于单一系统, 引入基于有向图网络拓扑结构的相对输出误差来表征个体信息的交互, 并由此设计对应的滑模观测器并加入自适应理论来应对故障上界未知的情况。其次, 定义并构造全局误差系统并通过 Lyapunov 理论完成了稳定性和滑模到达条件的证明。最后, 通过线性矩阵不等式工具箱解算出所有待设计参数并通过 Matlab 仿真来验证了方法的有效性。

关键词: 滑模观测器; 长僚机编队; 执行器故障; 故障估计

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Fault diagnosis based on sliding mode observer for formation of UAVs

SHI Jun-peng, LIU Jian-wei, YANG Pu, JIANG Bin

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

Abstract: Under the directed network topology, formation of UAVs with leader-follower structure was studied. And a fault estimation method using distributed adaptive sliding mode observer was designed for actuator fault with unknown upper bound. First of all, for each network node, based on the directed network topology, relative output estimation error was introduced to show information exchanges between neighbouring nodes. And a corresponding sliding mode observer was constructed. Then the global error system was defined, and the stability and sliding mode reaching condition was proved by Lyapunov theory. At last, all the parameters to be designed were calculated by the linear matrix inequality toolbox, and the validity of the proposed method was verified by Matlab simulation.

Key words: sliding mode observer, leader-follow structure, actuator fault, fault estimation

1 引言

近年来, 随着物联网技术的飞速发展, 无人机(UAV, unmanned aerial vehicle)的编队这一物联网应用被广泛应用于军用和民用领域, 已然成为了一个研究热点, 受到了越来越多人的关注^[1-3]。但与此同时, 随着整个编队中无人机架数的提升, 故障发生的可能性和故障引发后果的严重性都大大提高, 所以, 相关的无人机编队的故障诊断方

法也显得格外重要。

在过去的二三十年间, 飞控系统故障诊断的方法日趋成熟^[4-8], 但这些方法大多针对集中式系统, 不适用于存在信息交互的无人机编队系统。这种物与物互联的无人机编队系统正符合物联网的定义^[9], 而现有的关于物联网环境下的多智能体方面的优秀成果中, 又多是针对于系统控制或优化方面的研究^[10-13], 对本文研究对象无人机编队系统的故障诊断更是不多见。文献[14]将无人

收稿日期: 2017-07-20; 修回日期: 2017-08-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No.61533008); 中央高校基本科研业务费专项基金资助项目(No.NJ20150011, No.NS2017017)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China(No.61533008), The Fundamental Research Funds for the Central Universities(No.NJ20150011, No.NS2017017)

机编队视为一种过驱动系统，分析了执行器故障的独立性，设计了一种执行器故障检测和隔离的办法。文献[15]针对线性化后的无人机编队系统设计了一种未知输入观测器来进行故障检测和隔离。在文献[16]中，一种针对二阶线性时不变互联系统的未知输入观测器被设计，并成功运用于分布式故障检测这一问题。文献[17]通过对互联系统每一个个体设计监测器并最终汇总至全局决策模块，解决了多传感器故障的监测和隔离问题。文献[18]对于具有不确定性的非线性离散动态系统设计了故障检测和隔离的方法，主要是通过部分子系统的重叠和互相间状态信息的共享来完成设计。然而，这些研究成果大多数都只是致力于故障的监测和隔离，而仅依靠这些对于现代大型无人机编队的风险管控显然是不够的，这也就突显出了实时故障估计的重要性。

在为数不多的物联网环境下的多智能体故障估计文献中，文献[19]对于一般多智能体系统设计了诊断观测器来进行故障估计，但是仅考虑了无向图的网络拓扑结构，而且对象也只是简单的一阶线性系统。文献[20]比文献[19]多考虑了存在不匹配参数不确定性等情况，并在故障估计基础上完成了容错控制，但也是对于无向图网络拓扑描述下的线性多智能系统进行的研究。

相比于无向图，有向图的限制虽然更多，但也更适合于实际运用，更有研究价值，而且实际的非线性无人机编队系统也比一般的简单的线性系统更有意义。所以，本文针对有向图网络拓扑结构描述下的非线性无人机编队系统设计了一种分布式自适应滑模观测器来进行故障估计。本文的主要创新点在于：1) 采用了更严谨的有向图的网络拓扑结构，且对象为具有扰动和非线性等特征的无人机编队系统；2) 对于每一个单独的无人机设计了基于相对输出估计误差^[21]的滑模观测器，并引入自适应律来克服故障上界未知的情况；3) 所设计观测器的所有参数都可以通过线性矩阵不等式工具箱计算得到，且可以通过寻优找到可以克服的最大非线性系数。

2 问题描述

2.1 图论知识

令 $\mathcal{G} = \{V, \varepsilon, \mathcal{A}\}$ 表示任意带权重的有向图，其中， $V = \{V_1, V_2, \dots, V_N\}$ 表示节点集， $\varepsilon \subseteq V \times V$ 表示边集， $\mathcal{A} = [a_{ij}]_{N \times N}$ 是权重邻接矩阵。图 \mathcal{G} 的任意一

条有向边记作 $(V_j, V_i) \in \varepsilon$ ，表示第 i 个网络信息节点可以收到第 j 个网络信息节点发送的信息。通常情况下，节点 i 的所有邻居节点可以用集合 $N_i = \{j \in V \mid (V_j, V_i) \in \varepsilon\}$ 表示。权重邻接矩阵 \mathcal{A} 中元素 a_{ij} 可以取 0 或 1，当 $(V_j, V_i) \in \varepsilon$ 时， a_{ij} 取 1，反之， a_{ij} 取 0。有向图的拉普拉斯矩阵表示为 $L = D - \mathcal{A}$ ，其中， $D = \text{diag}(d_i) \in \mathbb{R}^{N \times N}$ ， $d_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij}$ 称为有向图的入度矩阵。同时，如果僚机与长机相连，则取 $g_i = 1$ ，否则取 $g_i = 0$ ，令 $G = \text{diag}(g_i) \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 表示标定矩阵，并且至少有一个对角线元素为 1。

2.2 问题描述

考虑有向图网络拓扑结构下的 N 架僚机和 1 架长机组成的无人机编队系统，其中任一无人机在执行器故障的情况下的状态空间模型为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_i(t) + \mathbf{g}(\mathbf{x}_i(t)) + \mathbf{E}\mathbf{f}_i(t) + \mathbf{D}\boldsymbol{\phi}(t) \\ \mathbf{y}_i(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}_i(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中， $i = 1, 2, \dots, N$ ， $\mathbf{x}_i(t) \in \mathbb{R}^n$ 、 $\mathbf{u}_i(t) \in \mathbb{R}^m$ 和 $\mathbf{y}_i(t) \in \mathbb{R}^p$ 分别表示第 i 架无人机的状态变量，控制输入和系统输出。 $\mathbf{g}(\mathbf{x}_i)$ 为系统非线性部分，满足 Lipschitz 条件。 $\mathbf{f}_i(t) \in \mathbb{R}^r$ 表示执行器故障，且该故障有界但是上界未知，即 $\|\mathbf{f}_i(t)\| \leq \alpha$ ，但 α 未知。

$\boldsymbol{\phi}(t) \in \mathbb{R}^q$ 表示外部扰动，扰动有界且界已知，即 $\|\boldsymbol{\phi}(t)\| \leq \beta$ ， β 已知。矩阵 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{E} 、 \mathbf{D} 、 \mathbf{C} 均为适维的常数实矩阵，且 (\mathbf{A}, \mathbf{C}) 可观，矩阵 \mathbf{C} 、 \mathbf{E} 满秩。

此处的长机是状态完全已知的，可以理解为一个指令发生器，并不是存在误差的实际无人机。

众所周知，网络拓扑结构下的无人机节点是相互连通的，观测器的设计需要考虑各个无人机节点之间的信息传递。因此，本文中的分布式滑模观测器引入了相对输出估计误差的概念，并设计有如下形式。

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_i(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_i(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_i(t) + \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_i(t)) + \mathbf{v}_i(t) - \mathbf{K}\boldsymbol{\xi}_i(t) \\ \hat{\mathbf{y}}_i(t) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_i(t) \end{cases} \quad (2)$$

其中， $\hat{\mathbf{x}}_i(t) \in \mathbb{R}^n$ 、 $\hat{\mathbf{y}}_i(t) \in \mathbb{R}^p$ 是观测器对原系统的状态向量和输出向量的估计， $\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_i)$ 是非线性项的估计， $\mathbf{v}_i(t)$ 是滑模变结构输入信号， $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{n \times p}$ 是待设计滑模观测器增益矩阵， $\boldsymbol{\xi}_i(t)$ 是相对输出估计误差，并且有

$$\mathbf{v}_i(t) = \begin{cases} -(\boldsymbol{\rho}_i(t) + \boldsymbol{\rho}_0)\mathbf{P}^{-1}\mathbf{C}^T\|\mathbf{F}\|\frac{\mathbf{e}_{y_i}(t)}{\|\mathbf{e}_{y_i}(t)\|}, & \mathbf{y}_i \neq \hat{\mathbf{y}}_i \\ 0, & \mathbf{y}_i = \hat{\mathbf{y}}_i \end{cases} \quad (3)$$

$$\xi_i(t) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} [(\hat{y}_i(t) - y_i(t)) - (\hat{y}_j(t) - y_j(t))] + g_i [(\hat{y}_i(t) - y_i(t))] \quad (4)$$

式(3)和式(4)中, $e_{yi}(t) = \hat{y}_i(t) - y_i(t)$, \mathbf{P} 和 \mathbf{F} 将在式(7)中被定义, \mathcal{N}_i 、 a_{ij} 、 g_i 都在图论知识中有详细描述, ρ_0 为大于 0 的常数, $\rho_i(t)$ 由以下自适应律得到

$$\dot{\rho}_i(t) = \eta \|\mathbf{F}\| \|e_{yi}\|$$

其中, η 为大于 0 的常数。

不同于传统的集中式结构或理想化的通信过程, 在滑模观测器中加入相对输出估计误差, 且该误差是基于整个无人机编队的网络拓扑结构实时得到, 更贴合实际。

3 执行器故障的估计

3.1 全局误差系统

首先, 考虑单一无人机的状态估计误差方程

$$\begin{aligned} \dot{e}_{xi}(t) &= \dot{\hat{x}}_i(t) - \dot{x}_i(t) \\ &= \mathbf{A}e_{xi}(t) + e_{gi}(t) + v_i(t) - \mathbf{E}f_i(t) - \mathbf{D}\phi_i(t) \\ &\quad - \mathbf{K} \left[\sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (\mathbf{C}e_{xi}(t) - \mathbf{C}e_{yj}(t)) + g_i(\mathbf{C}e_{xi}(t)) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $e_{gi}(t) = \mathbf{g}(\hat{x}_i(t)) - \mathbf{g}(x_i(t))$ 。

然后, 为了从全局的角度考虑执行器故障估计的问题, 定义如下全局变量

$$\begin{aligned} e_x(t) &= [e_{x1}^T(t), e_{x2}^T(t), \dots, e_{xN}^T(t)]^T \\ e_y(t) &= [e_{y1}^T(t), e_{y2}^T(t), \dots, e_{yN}^T(t)]^T \\ e_g(t) &= [e_{g1}^T(t), e_{g2}^T(t), \dots, e_{gN}^T(t)]^T \\ v(t) &= [v_1^T(t), v_2^T(t), \dots, v_N^T(t)]^T \\ f(t) &= [f_1^T(t), f_2^T(t), \dots, f_N^T(t)]^T \\ \phi(t) &= [\phi_1^T(t), \phi_2^T(t), \dots, \phi_N^T(t)]^T \\ \rho(t) &= [\rho_1^T(t), \rho_2^T(t), \dots, \rho_N^T(t)]^T \end{aligned}$$

最后, 由式(5)可以得到全局状态估计误差方程

$$\begin{aligned} \dot{e}_x(t) &= (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A})e_x(t) + e_g(t) + v(t) - \\ &\quad (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{K})[(\mathbf{L} + \mathbf{G}) \otimes \mathbf{C}e_x(t)] - \\ &\quad (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{E})f(t) - (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{D})\phi(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A})e_x(t) + e_g(t) + v(t) - \\ &\quad [(\mathbf{L} + \mathbf{G}) \otimes \mathbf{K} \mathbf{C}e_x(t)] - \\ &\quad (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{E})f(t) - (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{D})\phi(t) \\ &= (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A} - (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \otimes \mathbf{K} \mathbf{C})e_x(t) + e_g(t) + v(t) - \\ &\quad (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{E})f(t) - (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{D})\phi(t) \end{aligned} \quad (6)$$

其中, 符号 \otimes 代表克罗内克积, \mathbf{L} 和 \mathbf{G} 分别表示拉普拉斯矩阵和标定矩阵, 在图论知识中均有定义。

从式(6)中可以看出, 如果要通过设计 \mathbf{K} 矩阵来使矩阵 $(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A} - (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \otimes \mathbf{K} \mathbf{C})$ 稳定, 则矩阵 $(\mathbf{L} + \mathbf{G})$ 必须是非奇异的。本文采用了领导—跟随的编队结构来解决这一问题, 标定矩阵正确的设计可以保证矩阵 $(\mathbf{L} + \mathbf{G})$ 的可逆^[22]。

3.2 滑模观测器设计

本节将对领导—跟随结构的无人机编队的全局系统设计滑模观测器, 并针对执行器故障上界未知的情况, 设计自适应律来消除界未知对滑模观测器的影响。

定理 1 对于满足条件的无人机系统(1), 设计滑模观测器(2), 如果存在对称正定矩阵 $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 和矩阵 $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{r \times p}$ 和 $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{n \times p}$ 满足

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_2 & (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}) & \mathbf{I}_{nN} \\ (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}) & -\mathbf{I}_{nN} & 0 \\ \mathbf{I}_{nN} & 0 & -\gamma^{-2} \mathbf{I}_{nN} \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

$$\mathbf{E}^T \mathbf{P} = \mathbf{F} \mathbf{C} \quad (8)$$

其中, $\mathbf{A}_2 = \mathbf{I}_N \otimes (\mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P}) - (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \otimes (\mathbf{Y} \mathbf{C} + \mathbf{C}^T \mathbf{Y}^T)$, 则全局滑模观测器的全局状态估计误差最终有界稳定, 观测器增益矩阵 $\mathbf{K} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{Y}$, 并可对 γ 寻优找到可以克服的最大非线性系数。

证明 定义变量 $\mu_i(t) = \alpha + \rho_i(t)$, 则相应的全局变量为 $\mu(t) = [\mu_1^T(t), \mu_2^T(t), \dots, \mu_N^T(t)]^T$ 。因为 $\mathbf{g}(x_i)$ 满足 Lipschitz 条件, 所以 $\|e_{gi}(t)\| \leq \gamma \|e_{xi}(t)\|$, γ 为 Lipschitz 系数。考虑如下 Lyapunov 函数

$$V_1(t) = e_x^T(t) (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}) e_x(t) + \eta^{-1} \mu^2(t) > 0 \quad (9)$$

将式(9)对时间求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= \dot{e}_x^T(t) (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}) e_x(t) + e_x^T(t) (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}) \dot{e}_x(t) + \\ &\quad 2\eta^{-1} \mu(t) \dot{\mu}(t) \\ &= \dot{e}_x^T(t) (\mathbf{I}_N \otimes (\mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P}) - \\ &\quad (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \otimes (\mathbf{Y} \mathbf{C} + \mathbf{C}^T \mathbf{Y}^T)) e_x(t) + \\ &\quad 2e_x^T(t) (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}) e_g(t) + 2e_x^T(t) (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}) v(t) - \\ &\quad 2e_x^T(t) (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P} \mathbf{E}) f(t) + \\ &\quad 2\eta^{-1} \mu(t) \dot{\rho}(t) - 2e_x^T(t) (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P} \mathbf{D}) \phi(t) \end{aligned} \quad (10)$$

由式(3)和式(8)可得

$$\begin{aligned}
& \mathbf{e}_x^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P})\mathbf{v}(t) - \mathbf{e}_x^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}\mathbf{E})\mathbf{f}(t) \\
& + \eta^{-1}\boldsymbol{\mu}(t)\dot{\boldsymbol{\rho}}(t) \\
\leq & -(\rho_0 + \|\boldsymbol{\rho}(t)\|)\mathbf{e}_x^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{C}^T)\|\mathbf{F}\|\frac{\|\mathbf{e}_y(t)\|}{\|\mathbf{e}_y(t)\|} - \\
& \mathbf{e}_x^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{C}^T\mathbf{F}^T)\mathbf{f}(t) + \boldsymbol{\mu}(t)\|\mathbf{F}\|\|\mathbf{e}_y(t)\| \\
\leq & -(\rho_0 + \|\boldsymbol{\rho}(t)\|)\|\mathbf{F}\|\|\mathbf{e}_y(t)\| - \alpha\|\mathbf{F}\|\|\mathbf{e}_y(t)\| + \\
& (\alpha + \|\boldsymbol{\rho}(t)\|)\|\mathbf{F}\|\|\mathbf{e}_y(t)\| \\
= & -\rho_0\|\mathbf{F}\|\|\mathbf{e}_y(t)\| < 0 \tag{11}
\end{aligned}$$

将式(11)代入式(10)可得

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1(t) = & \dot{\mathbf{e}}_x^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes (\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P}) - \\
& (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \otimes (\mathbf{Y}\mathbf{C} + \mathbf{C}^T\mathbf{Y}^T))\mathbf{e}_x(t) + \\
& 2\mathbf{e}_x^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P})\mathbf{e}_g(t) - 2\mathbf{e}_x^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}\mathbf{E})\boldsymbol{\phi}(t) \\
\leq & [\mathbf{A}_1\mathbf{e}_x(t) + \mathbf{e}_g(t) - (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{D})\boldsymbol{\phi}(t)]^T(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P})\mathbf{e}_x(t) + \\
& \mathbf{e}_x^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P})[\mathbf{A}_1\mathbf{e}_x(t) + \mathbf{e}_g(t) - (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{D})\boldsymbol{\phi}(t)] + \\
& \gamma^2\mathbf{e}_x^T(t)\mathbf{e}_x(t) - \mathbf{e}_g^T(t)\mathbf{e}_g(t) \\
\leq & \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x(t) \\ \mathbf{e}_g(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{A}_2 + \gamma^2\mathbf{I}_{nN} & (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}) \\ (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}) & -\mathbf{I}_{nN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x(t) \\ \mathbf{e}_g(t) \end{bmatrix} + \\
& 2\beta\|\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}\mathbf{D}\|\left\| \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x(t) \\ \mathbf{e}_g(t) \end{bmatrix} \right\| \tag{12}
\end{aligned}$$

其中, $\mathbf{A}_1 = \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A} - (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \otimes \mathbf{K}\mathbf{C}$, $\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_1^T(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}) + (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P})\mathbf{A}_1$, 为描述简便, 定义

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_2 + \gamma^2\mathbf{I}_{nN} & (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}) \\ (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}) & -\mathbf{I}_{nN} \end{bmatrix} = -\mathbf{R} \tag{13}$$

由式(12)可以看出, 当 $R > 0$ 时, 状态误差收敛, 则有

$$\dot{V}_1(t) \leq \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x(t) \\ \mathbf{e}_g(t) \end{bmatrix} \right\| (-\lambda_{\min}(R) \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x(t) \\ \mathbf{e}_g(t) \end{bmatrix} \right\| + 2\beta\|\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}\mathbf{D}\|) \tag{14}$$

由式(13)可知, 当 $\left\| \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x(t) \\ \mathbf{e}_g(t) \end{bmatrix} \right\| > \frac{2\beta\|\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}\mathbf{D}\|}{\lambda_{\min}(R)}$ 时, $\dot{V}_1(t) < 0$, 所以状态误差最终有界稳定, 收敛域为

$$\Omega = \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x(t) \\ \mathbf{e}_g(t) \end{bmatrix} : \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x(t) \\ \mathbf{e}_g(t) \end{bmatrix} \right\| < \vartheta, \vartheta = \frac{2\beta\|\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{P}\mathbf{D}\|}{\lambda_{\min}(R)} + \delta \right\} \tag{15}$$

其中, δ 为正数, 由 Schur 补引理^[23]可将式(13)化为式(7), 证毕。

由定理 1 可知, 所设计的滑模观测器可以保证状态估计误差最终有界稳定, 接下来将证明滑模运动可以克服故障上界未知和干扰的影响, 将在有限时间内到达滑模面, 提出定理 2。

定理 2 对于满足条件的无人机系统(1), 设计滑模观测器(2), 如果式(3)中增益 ρ_0 满足

$$\rho_0 \geq \frac{2\vartheta\|\mathbf{A}_1\| + \gamma\|\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{C}\| - \|\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{D}_2\|\beta + \sigma}{\|(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{C}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{C}^T)^{-1}\|^{-1}\|\mathbf{F}\|} \tag{16}$$

其中, σ 为正数, 则状态估计误差的滑模运动可以在有限时间内到达滑模面 $S = \{\mathbf{e}_y(t) : \mathbf{e}_y(t) = 0\}$ 上。

证明 首先, 定义一个线性变换矩阵 $\mathbf{T}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{C}_\perp^T\mathbf{P} & \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{C} \end{bmatrix}^T$, 其中, \mathbf{C}_\perp^T 为 \mathbf{C}^T 的正交补矩阵, 将该线性变换矩阵左乘于全局状态估计误差式(6), 可得

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{e}}_1(t) = & \mathbf{T}_0\mathbf{A}_1\mathbf{T}_0^{-1}\mathbf{e}_1(t) + \mathbf{T}_0\mathbf{e}_g(t) + \mathbf{T}_0\mathbf{v}(t) \\
& - \mathbf{T}_0(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{E})\mathbf{f}(t) - \mathbf{T}_0(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{D})\boldsymbol{\phi}(t) \tag{17}
\end{aligned}$$

为方便表达, 定义

$$\mathbf{e}_1(t) = \mathbf{T}_0\mathbf{e}_x(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_2(t) \\ \mathbf{e}_y(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_0\mathbf{A}_1\mathbf{T}_0^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_0\mathbf{e}_g(t) = \begin{bmatrix} (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{C}_\perp^T\mathbf{P})\mathbf{e}_g(t) \\ (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{C})\mathbf{e}_g(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{g1}(t) \\ \mathbf{e}_{g2}(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_0\mathbf{v}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{C})\mathbf{v}(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_0(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{E}) = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{C}\mathbf{E} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{T}_0(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{D}) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{C}_\perp^T\mathbf{P}\mathbf{D} \\ \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{C}\mathbf{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{D}_2 \end{bmatrix}$$

于是式(17)可以转换为如下形式

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}_2(t) = \mathbf{A}_{11}\mathbf{e}_2(t) + \mathbf{A}_{12}\mathbf{e}_y(t) + \mathbf{e}_{g1}(t) - (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{D}_1)\boldsymbol{\phi}(t) \\ \dot{\mathbf{e}}_y(t) = \mathbf{A}_{21}\mathbf{e}_2(t) + \mathbf{A}_{22}\mathbf{e}_y(t) + \mathbf{e}_{g2}(t) + (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{C})\mathbf{v}(t) \\ \quad - (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{C}\mathbf{E})\mathbf{f}(t) - (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{D}_2)\boldsymbol{\phi}(t) \end{cases} \tag{18}$$

考虑如下 Lyapunov 函数

$$V_2(t) = \mathbf{e}_y^T(t)(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{C}\mathbf{P}^{-1}\mathbf{C}^T)^{-1}\mathbf{e}_y(t) + \eta^{-1}\boldsymbol{\mu}^2(t) > 0 \tag{19}$$

将式(19)对时间求导可得

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_2(t) &\leq 2e_y^T(t)(I_N \otimes CP^{-1}C^T)^{-1}A_{21}e_2(t) + \\
 &2e_y^T(t)(I_N \otimes CP^{-1}C^T)^{-1}A_{22}e_y(t) + \\
 &2e_y^T(t)(I_N \otimes CP^{-1}C^T)^{-1}e_{g2}(t) - \\
 &2(\rho_0 + \|\rho(t)\|)e_y^T(t)\|F\|\frac{e_y(t)}{\|e_y(t)\|} - \\
 &2e_y^T(t)(I_N \otimes CP^{-1}C^T)^{-1}(I_N \otimes D_2)\phi(t) + \\
 &2(\alpha + \|\rho(t)\|)\|F\|\|e_y(t)\| - 2e_y^T(t)\|F\|\alpha \\
 &\leq 2\|e_y^T(t)\|\|(I_N \otimes CP^{-1}C^T)^{-1}\|(\|A_{21}e_2(t)\| + \\
 &\|A_{22}e_y(t)\| + \|e_{g2}(t)\| - \|(I_N \otimes D_2)\|\beta - \\
 &\rho_0\|(I_N \otimes CP^{-1}C^T)^{-1}\|^{-1}\|F\|
 \end{aligned} \tag{20}$$

由式(15)和式(20)可得出, 当

$$\rho_0 \geq \frac{2\vartheta\|A_1\| + \gamma\|I_N \otimes C\| - \|I_N \otimes D_2\|\beta + \sigma}{\|(I_N \otimes CP^{-1}C^T)^{-1}\|^{-1}\|F\|}$$

时, 有 $\dot{V}_2(t) < 0$ 。所以状态估计误差的滑模运动可以在有限时间内到达滑模面 $S = \{e_y(t) : e_y(t) = 0\}$ 上, 证毕。

对于定理 1 中的式(8), 可以用线性矩阵不等式(LMI)工具箱, 可以选择一个很小的正实标量 θ , 则式(8)可以转化为

$$\begin{bmatrix} \theta I & E^T P - FC \\ * & \theta I \end{bmatrix} > 0 \tag{21}$$

其中, 只要 θ 足够小, 则 $E^T P$ 与 FC 近似相等。

为防止滑模项输入无穷大, 实际仿真与操作中 将式(3)改为

$$v_i(t) = \begin{cases} -(\rho_i(t) + \rho_0)P^{-1}C^T\|F\|\frac{e_{y_i}(t)}{\|e_{y_i}(t)\| + \omega}, & y_i \neq \hat{y}_i \\ 0, & y_i = \hat{y}_i \end{cases} \tag{22}$$

其中, ω 是一个充分小的正常数, 这也可以减少滑模中一定会出现的抖振情况。

3.3 故障估计

当滑模运动到达滑模面时

$$e_y(t) = \dot{e}_y(t) = 0 \tag{23}$$

将式(23)代入式(18), 可得

$$\begin{aligned}
 (I_N \otimes CE)f(t) - (I_N \otimes C)v(t) \\
 = A_{21}e_2(t) + e_{g2}(t) - (I_N \otimes CD)\phi(t)
 \end{aligned} \tag{24}$$

再由定理 1 与定理 2 可知

$$\begin{aligned}
 \|(I_N \otimes CE)f(t) - (I_N \otimes C)v(t)\| \\
 \leq \|A_{21}\|\vartheta + \|C\|\gamma\vartheta - \|(I_N \otimes CD)\|\beta
 \end{aligned} \tag{25}$$

按照常理, 未知扰动等不确定因素往往比故障信号小的多, 所以通过等效控制输出误差注入原理^[24], 故障估计可以表示为

$$\hat{f}(t) \approx [I_N \otimes (((CE)^T CE)^{-1}(CE)^T C)]v(t) \tag{26}$$

4 仿真分析

在本节中, 将对有向图网络拓扑描述下的无人机编队系统进行仿真, 验证本文方法在多无人机发生定值和时变执行器故障时的故障诊断效果。

本节采用 1 架长机、5 架僚机的无人机编队结构, 如图 1 所示。

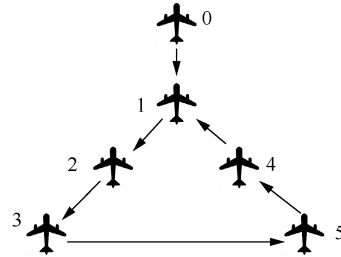


图 1 有向图网络拓扑结构

则通过图 1 得到拉普拉斯矩阵 L 和标定矩阵 G

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

每一架无人机的横侧向动态方程参数^[25]如下所示

$$A_{lat} = \begin{bmatrix} -0.732 & 0.0143 & -0.996 & 0.0706 \\ -893.000 & -9.0590 & 2.044 & 0 \\ 101.637 & 0.0186 & -1.283 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{lat} = \begin{bmatrix} 0 & 0.244 \\ 328.653 & 308.498 \\ 47.528 & -102.891 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_{lat} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

在第一通道选择非线性项 $g_1(x_i(t)) = -6.3541 \times \sin(x_{i4}(t))$, 其他通道为 0。干扰设为 $\phi(t) = 0.05 \times \cos(7t)$, 考虑执行器故障发生在输入通道, 即 $E = B$ 。在 Matlab 中运用 LMI 工具箱, 可以解得

$$P = \begin{bmatrix} 2.2823 & 0.0079 & -0.0001 & -0.1669 \\ 0.0079 & 0.0024 & 0.0010 & 0.0000 \\ -0.0001 & 0.0010 & 0.0209 & -0.0003 \\ -0.1669 & 0.0000 & -0.0003 & 0.0622 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 2.0077 & -0.3210 & -0.0830 \\ -0.2943 & 4.7137 & 0.6303 \\ -0.0048 & 0.6281 & 6.1458 \\ 0.1035 & 0.0445 & 0.1282 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 1.8140 & -8.8478 & -0.3442 \\ -129.4787 & 1993.6378 & 141.4104 \\ 6.0952 & -66.1549 & 287.7534 \\ 6.6392 & -24.5938 & 2.3225 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} 2.5935 & 0.8474 & 1.3216 \\ 3.0055 & 0.6493 & -1.8373 \end{bmatrix}$$

在仿真过程中，步长取为 0.001 s，各系统初始状态各不相同，给定 5 架无人机故障分别为

$$f_{11}(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 2 \\ 0.3, & 2 < t \leq 5 \end{cases}, \quad f_{12}(t) = 0$$

$$f_{21}(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 2 \\ 0.3\sin(t), & 2 < t \leq 5 \end{cases}, \quad f_{22}(t) = 0$$

$$f_{31}(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 2 \\ 0.5\sin(t), & 2 < t \leq 5 \end{cases}, \quad f_{32}(t) = 0.6$$

$$f_{41}(t) = 0, \quad f_{42}(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 3 \\ 0.5\sin(0.3\cos(t)), & 3 < t \leq 5 \end{cases}$$

$$f_{51}(t) = 0.3\sin(t), \quad f_{52}(t) = 0$$

具体仿真结果如图 2~图 6 所示。

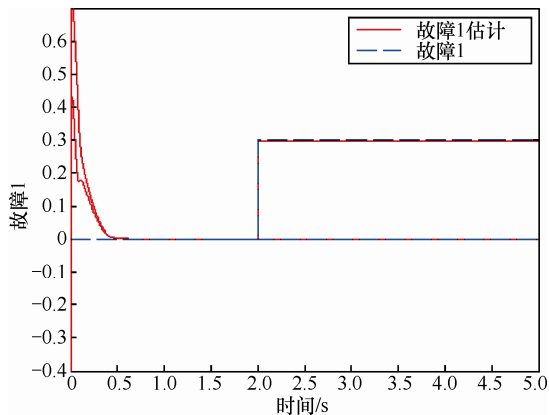


图 2 第 1 架无人机故障估计

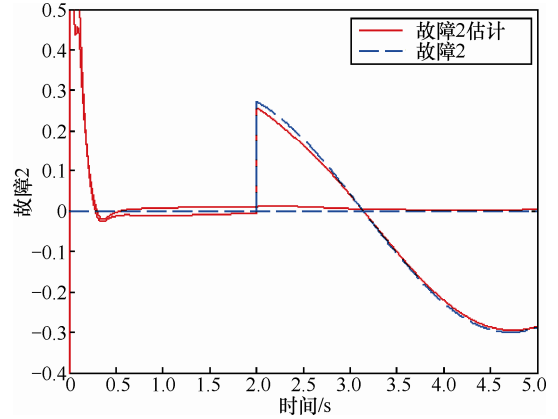


图 3 第 2 架无人机故障估计

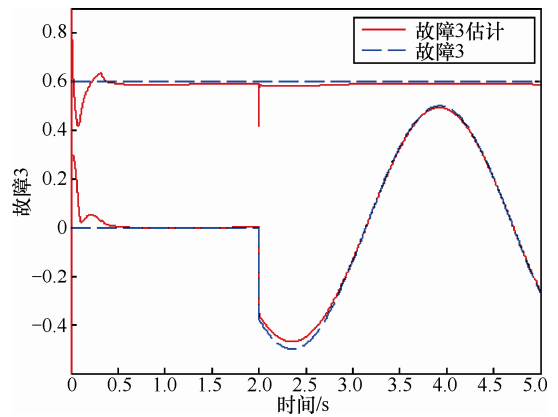


图 4 第 3 架无人机故障估计

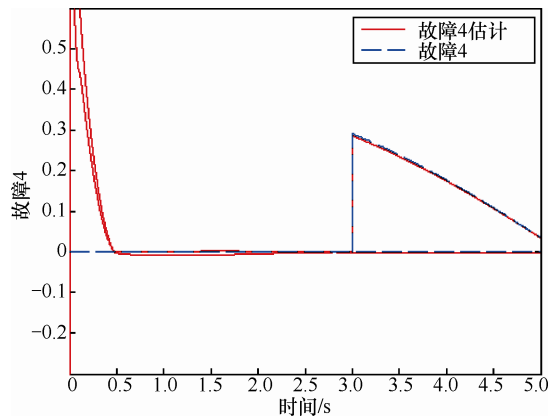


图 5 第 4 架无人机故障估计

从仿真结果可以清晰的看出，图 2~图 6 中每个无人机节点的故障估计误差都非常小，只用了大约 0.5 s 的时间就从初始状态跟踪上了故障。在面对突然的故障时，从图 2 可以看出，常值故障的跟踪非常好，而对于图 3 与图 4 中的时变故障，在刚开始时有一些误差，但也很快的被消除，可见本文设计的分布式自适应观测器的有效性。在注入故障时，特意在第 2 s 的时候，同时对前 3 个无人机节点加入常值和时变故障，而故障估计效果依然很好，只是

在图4中对其中的常值故障的估计有了很短暂的影响, 如果其他无人机节点的故障不是同时发生, 这个影响将会被减弱。

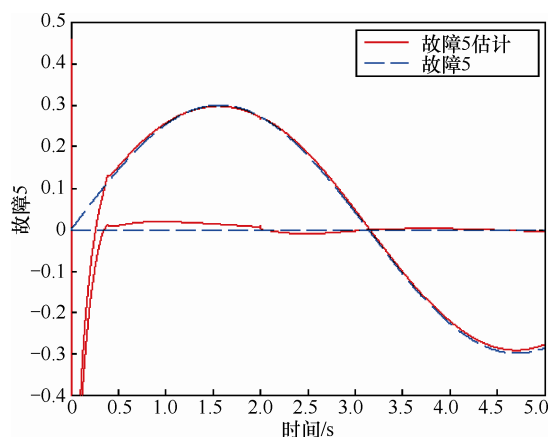


图6 第5架无人机故障估计

5 结束语

本文对于基于物联网定义描述下的非线性无人机编队系统提出了一种基于自适应滑模观测器的故障估计方法。首先, 无人机群采用领导-跟随的编队结构, 每一架无人机相当于一个网络节点, 采用有向图描述的网络拓扑结构来表示各个网络节点的连接, 并基于此网络拓扑结构引入相对输出估计误差, 更贴合实际。其次, 在设计了单一系统滑模观测器的基础上, 构造全局误差系统, 并通过 Lyapunov 理论完成了在执行器故障上界未知情况下的稳定性证明。最后, 所有观测器的待设计参数都通过 LMI 进行计算, 并通过 Matlab 仿真证明了方法的有效性。未来, 传感器故障将是异构无人机编队将成为研究的重点。

参考文献:

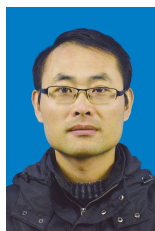
- [1] DAVID W C, DEREK B K, et al. Cooperative forest fire surveillance using a team of small unmanned air vehicles[J]. *International Journal of Systems Science*, 2006, 37(6):351-360.
- [2] YU X, ZHANG Y. Sense and avoid technologies with applications to unmanned aircraft systems: review and prospects[J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2015, 74:152-166.
- [3] PRIMICERIO J, GENNARO S F, FIORILLO E, et al. A flexible unmanned aerial vehicle for precision agriculture[J]. *Precision Agriculture*, 2012, 13(4):517-523.
- [4] YAN X G, EDWARDS C. Nonlinear robust fault reconstruction and estimation using a sliding mode observer[J]. *Automatica*, 2007, 43(9):1605-1614.
- [5] 周东华, 胡艳艳. 动态系统的故障诊断技术[J]. *自动化学报*, 2009, 35(6): 748-758.
- [6] 贾明兴, 王福利, 毛志忠. 基于自适应观测器的一类非线性系统鲁棒故障诊断[J]. *自动化学报*, 2004, 30(4):601-607.
- [7] JIA M X, WANG F L, MAO Z Z. Roust fault diagnosis for a class of nonlinear systems based on adaptive observer[J]. *Journal of Automation*, 2004,30(4): 604-607.
- [8] ZHANG K, JIANG B, SHI P. Observer-based fault estimation and accommodation for dynamic systems [J]. *Lecture Notes in Control & Information Sciences*, 2013, 436:1-191.
- [9] JIANG B, CHOWDHURY F N. Fault estimation and accommodation for linear MIMO discrete-time systems[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2005, 13(3):493-499.
- [10] 刘强, 崔莉, 陈海明. 物联网关键技术与应用[J]. *计算机科学*, 2010, 37(6):1-4.
- [11] LIU Q, CUI L, CHEN H M. key technologies and applications of Internet of Things[J]. *Computer Science*, 2010, 37(16): 1-4.
- [12] YAN J J, HUNG M L, CHIANG T Y, et al. Robust synchronization of chaotic systems via adaptive sliding mode control[J]. *Physics Letters A*, 2006, 356(3):220-225.
- [13] OH K K, PARK M C, AHN H S. A survey of multi-agent formation control [J]. *Automatica*, 2015, 53(C):424-440.
- [14] 陈磊, 秦开宇. 多智能体系统的旋转目标跟踪控制[J]. *控制与决策*, 2017, 32(5):943-946.
- [15] CHEN L, QIN K Y. Rotating target tracking control for multi-agent systems[J]. *Control and Decision*, 2017, 32(5): 943-946.
- [16] 王祥科, 李迅, 郑志强. 多智能体系统编队控制相关问题研究综述 [J]. *控制与决策*, 2013(11):1601-1613.
- [17] WANG X K, LI X, ZHENG Z Q. A review of formation control for multi-agent systems [J]. *Control and Decision*, 2013(11): 1601-1613.
- [18] MESKIN N, KHORASANI K. Actuator fault detection and isolation for a network of unmanned vehicles[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(4):835-840.
- [19] FREDDI A, LONGHI S, MONTERIU A. A model-based fault diagnosis system for unmanned aerial vehicles[J]. *IFAC Proceedings Volumes*, 2009, 42(8):71-76.
- [20] SHAMES I, TEIXEIRA A M, SANDBERG H, et al. Distributed fault detection for interconnected second-order systems [J]. *Automatica*, 2011, 47(12):2757-2764.
- [21] REPPA V, POLYCARPOU M M, PANAYIOTOU C G. Distributed sensor fault diagnosis for a network of interconnected cyber physical systems[J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2015, 2(1):11-23.
- [22] FERRARI R M, PARISINI T, POLYCARPOU M M. Distributed fault detection and isolation of large-scale discrete-time nonlinear systems: an adaptive approximation approach[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(2):275-290.
- [23] LI H, YANG Y. Cooperative fault estimation for linear multi-agent systems with undirected graphs[J]. *Journal of Engineering*, 2016.
- [24] WANG X, YANG G H. Cooperative adaptive fault-tolerant tracking control for a class of multi-agent systems with actuator failures and mismatched parameter uncertainties[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2015, 9(8):1274-1284.

- [21] ZHANG H, LEWIS F L, DAS A. Optimal design for synchronization of cooperative systems: state feedback, observer and output feedback[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 56(8): 1948-1952.
- [22] LI Z, DUAN Z, CHEN G. On H^∞ and H_2 performance regions of multi-agent systems [J]. Automatica, 2011, 47(4):797-803.
- [23] 梅生伟. 现代鲁棒控制理论与应用[M]. 清华大学出版社, 2008.
MEI S W. Modern robust control theory and application[M]. Tsinghua University Press, 2008.
- [24] EDWARDS C, SPURGEON S K, PATTON R J. Sliding mode observers for fault detection and isolation[J]. Automatica, 2000, 36(4): 541-553.
- [25] LIU Z X, YU X, YUAN C, et al. Leader-follower formation control of unmanned aerial vehicles with fault tolerant and collision avoidance capabilities[C]//International Conference on Unmanned Aircraft Systems. IEEE, 2015:1025-1030.

作者简介:



施俊鹏 (1992-), 男, 南京航空航天大学硕士生, 主要研究方向为无人机群故障诊断与容错控制。



刘剑慰 (1977-), 男, 南京航空航天大学副教授, 主要研究方向为网络控制系统故障检测与容错控制。



杨蒲 (1977-), 男, 南京航空航天大学副教授, 主要研究方向为多机编队故障检测与容错控制。



姜斌 (1966-), 男, 南京航空航天大学教授, 主要研究方向为控制系统故障诊断与容错控制及其飞控和高铁应用。